第 25 卷 第 1 期　　中 国 电 机 工 程 学 报　　Vol.25 No.1 Jan. 2005
2005 年 1 月　　Proceedings of the CSEE　　©2005 Chin.Soc.for Elec.Eng.

文章编号：0258-8013 (2005) 01-0023-04　　中图分类号：TM1　　文献标识码：A　　学科分类号：470·40

电流模式控制 BOOST 变换器中的切分叉及阵发混沌现象

周宇飞，陈军宁

（安徽大学电子工程系，安徽省 合肥市 230039）

TANGENT BIFURCATION AND INTERMITTENT CHAOS IN CURRENT-MODE CONTROLLED BOOST CONVERTER

ZHOU Yu-fei， CHEN Jun-ning

（Department of Electronic Engineering, Anhui University，Hefei 230039, Anhui Province, China）

ABSTRACT: The branch of chaos and bifurcation contains plenty of nonlinear phenomena. All of these nonlinear phenomena have their producing way and expressional form in power electronics. One kind of these phenomena coming forth in a Boost converter, tangent bifurcation and relative intermittent chaos, have been studied in this paper; and by constructing discrete iterative map with the method of simulation, tangent bifurcation and intermittent chaos have been proved and explained. Furthermore, the numerical simulation and experimental circuit implementation verify the existence of tangent bifurcation and intermittent chaos.

KEY WORDS: Power Electronics; Boost converter； Tangent bifurcation； Intermittent chaos； Discrete iterative map

摘要：混沌与分叉科学蕴涵着极其丰富的非线性现象，这些非线性现象在电力电子电路中都有其产生的途径和表现形式，该文将在 Boost 变换器中对其中的一类重要现象（切分叉和阵发混沌）进行研究，并结合仿真手段来构造离散迭代映射，从而对切分叉和阵发混沌的产生进行了证明和解释。另外，对 Boost 变换器的电路所进行的数值仿真，以及随后对应的电路实验均印证了切分叉和阵发混沌的产生。

关键词：电力电子; Boost 变换器；切分叉；阵发混沌；离散迭代映射

1　引言

电力电子中的混沌现象研究始于 20 世纪 80 年代[1]，短短 20 年，该研究方向已经发展成为电力电子中的一个重要研究分支[2~4]，国内也引起一定的关注[5~11]。目前研究工作主要集中在混沌、分叉等非线性现象的发现及分析上，近年来，变换器中的混沌控制研究也已经逐渐展开[10~13]。

开关变换器属于强非线性电路系统，其中普遍存在分叉与混沌现象，研究这些现象产生的根源与趋势，有助于我们设计出更为可靠的开关变换器系统，并预测其中将会产生不稳定现象的原因。同时，在一定条件下也可以研究这些非线性现象的利用问题。

电流模式控制 Boost 变换器是电力电子中非线性现象研究的一个重要对象，它能产生多种分叉形式，具有规则的倍周期分叉结构，本文将对其中的一种特殊分叉(切分叉)进行详细研究。给出迭代映射的构造方法，以此可以证明和解释变换器中切分叉产生的根源，另外，还从仿真和实验两方面对切分叉和阵发混沌现象进行了证实。这种迭代映射的构造方法简单明了，可以推广到其他复杂的电路与系统的相关研究中去。

2　电流模式控制 Boost 变换器

电流模式控制 Boost 变换器是以电流为控制对象的一种 DC－DC 变换器，其基本电路框图如图 1(a)所示。主电路拓扑分别包含 1 个电感、电容、开关管、二极管和负载电阻，根据开关管 G 的状态不同，Boost 变换器的电路拓扑也发生变化，假定变换器工作于连续导通模式，则有 2 种电路拓扑分别对应开关管 G 的 2 个状态，其微分方程描述为

基金项目：国家自然科学基金项目(60402001); 国家 863 计划项目(2003AA1Z1400)；安徽省教育厅重点科研项目(2003kj001zd)。

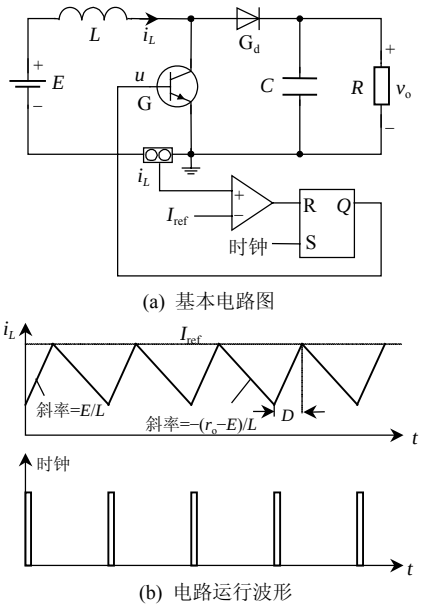
Project Supported by National Natural Science Foundation of China 60402001);The National High Technology Research and Development of China(863 Programme)(2003AA1Z1400).

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_{\text{on}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{\text{on}}E & \text{G导通} \\ \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_{\text{off}}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}_{\text{off}}E & \text{G截止} \end{cases} \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{x}$ 为状态矢量；即 $\boldsymbol{x}=[i_{\text{L}}, v_{\text{o}}]^{\text{T}}$；系数矩阵分别为

$$\boldsymbol{A}_{\text{on}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_{\text{on}} = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{A}_{\text{off}} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B}_{\text{off}} = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

设时钟脉冲开始后开关管 G 是导通的，则电感电流 i_L 线性增加，当 i_L 增加至峰值参考电流 I_{ref} 时，触发器复位，开关管 G 截止，这期间到来的时钟脉冲均被忽略，然后电感 L 与 Boost 变换器的 RC 输出部分产生谐振，电感电流 i_L 谐振下降，直至下一个时钟脉冲到来后再次使开关管 G 导通。图 1(b)就是电感电流 i_L 的一种典型 1 周期波形。



(a) 基本电路图

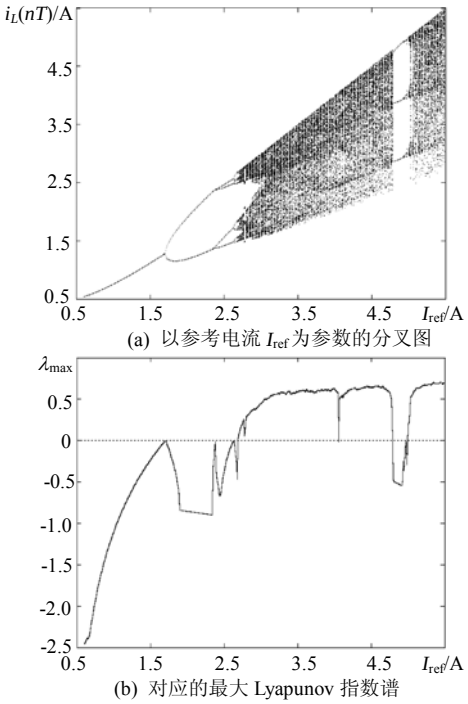
(b) 电路运行波形

图 1. 电流模式控制 Boost 变换器

Fig. 1 Current mode controlled boost converter

对 Boost 变换器进行数值求解，即以式(1)来构造 Matlab 下的分段开关模型，并用龙格-库塔(Runge-Kutta)算法来进行仿真。电路参数取为 E=10V；L=1mH；C=12μF；R=20Ω；I_{ref}=0.6A~5.5A，驱动时钟是频率 f_s 为 10kHz 的脉冲波。

令参考电流 I_{ref} 作为分叉参数，在分叉参数的每个具体数值上进行仿真，记录下每个时钟脉冲时刻的电路状态变量(电感电流和输出电压)，就构成了庞加莱截面。以分叉参数 I_{ref} 为横坐标、庞加莱截面上的电感电流为纵坐标，可以画出 Boost 变换器在峰值参考电流 I_{ref} 的变化区间上的分叉图，如图 2(a)所示，可见这是一个典型的倍周期分叉过程。为了定量刻画 Boost 变换器随分叉参数而产生状态变化的情况，可以计算对应的最大 Lyapunov 指数谱[14-15]，结果如图 2(b)所示。当最大 Lyapunov 指数大于 0 时，表明 Boost 变换器处于混沌状态；而小于 0 的最大 Lyapunov 指数则表明变换器处于稳定的周期态；最大 Lyapunov 指数由负变正，则表示运动向混沌状态转变，如在 $I_{\text{ref}} \approx 2.7$A 之后，变换器进入混沌区。而在 $I_{\text{ref}} > 4.791$A 之后，出现了以 3 周期为起始的倍周期分叉，这种由混沌状态突然向 3 周期转变的现象也是一种分叉，称为切分叉。本文将对之进行研究，并给出与之相关的阵发混沌的研究结果。



(a) 以参考电流 I_{ref} 为参数的分叉图

(b) 对应的最大 Lyapunov 指数谱

图 2 电流模式控制 Boost 变换器的分叉结构

Fig. 2 The bifurcation structure of current mode controlled boost converter

3 切分叉

切分叉的研究需要从一维迭代映射开始[15]，对于本文研究的 Boost 变换器，其中有 2 个电路状态变量，即 $\boldsymbol{x}=[i_{\text{L}}, v_{\text{o}}]^{\text{T}}$，是二维变量系统。我们可以固定其中的一个，然后每次以该固定值作为仿真的初始值，这样便将一个二维的系统降阶为一个一维的系统。而另一个变量的初始值则可在值域范围内任意取值，以这样选定的初始值来进行仿真，得到一个开关周期后的变换器状态变量，则此状态和初始状态便构成一组迭代映射。

问题是需要固定的变量如用来确定其具体数值？我们以上述 Boost 变换器为例，并取输出电压变量 v_o 为需要固定的电路状态变量。令分叉参数 I_{ref} 略大于切分叉点(4.7915 A)，如 I_{ref}=4.792 A，使之刚好能处于 3 周期状态，对变换器进行数值仿真，稳定后选取最小的输出电压数值 v_o^*=17.2 V，作为输出电压变量 v_o 的初始值，然后取 i_L 的初始值 $i_L(n)\in[2,5]$，即电路初始状态变量为$[i_L(n), v_o^*]$，并令分叉参数 I_{ref}=4.7915 A，使之刚好处于 3 周期前的混沌状态(阵发混沌)。仿真 1 个开关周期后得到电感电流的状态变量为 $i_L(n+1)$，这样，可以构成一次离散迭代映射为

$$i_L(n+1)=f\left[i_L(n)\right] \tag{3}$$

继续以 v_o^*为电压变量的初始条件，而电流变量的初始值选 $i_L(n+1)$，即以$[i_L(n+1), v_o^*]$为电路初始状态变量，仿真第 2 个开关周期，可得电感电流的状态变量为 $i_L(n+2)$，这样，得到 2 次迭代映射为

$$i_L(n+2)=f^{(2)}\left[i_L(n)\right] \tag{4}$$

同样，以$[i_L(n+2), v_o^*]$为电路初始状态变量，仿真第 3 个开关周期，可得电感电流的状态变量为 $i_L(n+3)$，因此，构成了 3 次迭代映射

$$i_L(n+3)=f^{(3)}\left[i_L(n)\right] \tag{5}$$

图 3 显示了 3 次离散迭代映射[如图 3 (a)]和 1 次离散迭代映射[如图 3 (b)]的曲线图。一次迭代映射曲线与对角线存在 1 个交点，交点处斜率为–2，因此该不动点是不稳定的。而在 3 次迭代映射曲线中，我们可以观察到有 4 个不动点，其中 1 个对应了一次迭代映射中的不动点(因为一次迭代映射的不动点一定也是高次迭代映射的不动点)，而另外 3 个恰好与对角线相切，切点处的斜率为 1，正好处于不动点失稳的边界，因此在该处将会发生切分叉现象[7]。

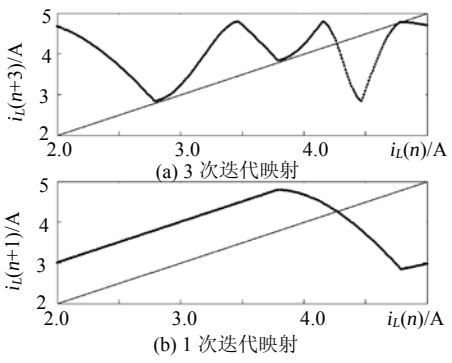


图 3　迭代映射

Fig. 3 Discvete iterative mop

当继续增加分叉参数 I_{ref}，使之略大于 4.7915 A，则 3 个切点均向对角线靠拢，产生 3 对不动点，可以想象，每对不动点的斜率都是一个略大于 1，而另一个略小于 1，也即一个是不稳定的，一个是稳定的。这样就产生了 2 条 3 周期轨道，一条是稳定的、可以观察到的，也就是切分叉后产生的周期 3；另一条是不稳定的。这样我们通过仿真的手段就可以构造 1 次和 3 次迭代映射，从而解释了切分叉现象产生的根源，其结果与图 2 所示的分叉图是完全一致的。

4　阵发混沌

由分叉图 2(a)可见，变换器在切分叉点之前是处于混沌状态的，但这时变换器的混沌运行状态已经暗示了 3 周期状态即将产生。当 I_{ref}=4.791 A 时，变换器处于混沌状态。图 4 为其运行波形，其中图 4(a)、(b)为电感电流变量的波形及其庞加莱截面点，图 4(c)、(d)为输出电压变量的波形及其庞加莱截面点。可以发现在不规则的混沌波形之间，夹杂着大段规则的周期 3，通常物理学上称这种不规则的混沌运动为“湍流相”，而称规则运动为“层流相”[15]。这时分叉参数略小于切分叉点，其 3 次迭代映射曲线类似图 3(a)，但曲线在 3 个切点处并未接触到对角线，其间存在一非常狭窄的缝隙，当变换器的运行轨道进入任何一条缝隙，就会经历很多次的迭代才会脱离该缝隙，这就对应了“层流相”的运行状态(周期 3)，当变换器轨道脱离缝隙后，便会表现出极其无规的“湍流相”运行状态(混沌)，直至重新进入某条缝隙。这种切分叉之前的混沌称为阵发混沌，是一种近似规则状态和混沌态随机交替发生的非线性运行方式。

在上述电路参数的基础上，我们进行了电流模式控制 Boost 变换器的电路实验，实验表明，随着分叉参数 I_{ref} 的增加，变换器首先历经一个倍周期分叉过程，然后在 I_{ref} 约等于 4.6 A 处发生切分叉，并随后进入 3 周期状态。图 5 为该处的阵发混沌波形(每幅图中上波形为 v_o，下波形为 i_L)，图 5(a)、(b)为阵发混沌中周期态与混沌态交替发生的波形，图 5(c)、(b)分别为其中的规则周期 3 运动及混沌运动波形。这样，从电路实验方面也证实了 Boost 变换器中切分叉及阵发混沌现象的产生。

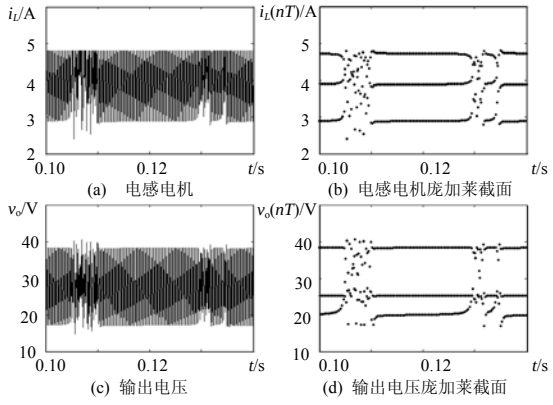


图 4 阵发混沌波形及其庞加莱截面点

Fig. 4 The wave forms and poincare sections of inermitlent chaos

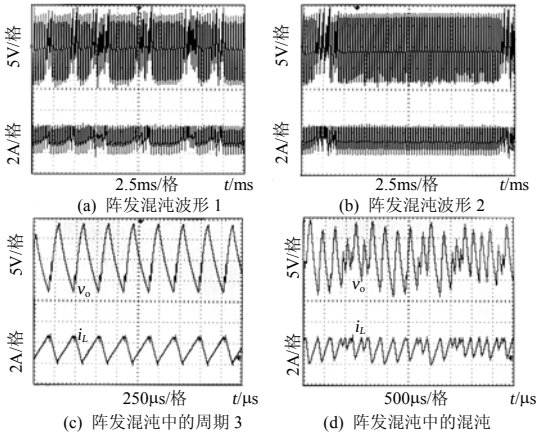


图 5 阵发混沌实验波形

Fig. 5 Experimental waveforms of intermitlent chaos

5 结论

电流模式控制 Boost 变换器是一种强非线性开关系统，可以产生多种非线性现象，如边界冲撞分叉、倍周期分叉、混沌等。在上述参数选择的情况下，随着分叉参数 I_{ref} 的变化，Boost 变换器表现出相当规则的倍周期分叉结构，其中周期 3 是混沌带中的一个最为明显的周期窗口，周期 3 的出现必然伴随着阵发混沌现象，也就是说，周期 3 是阵发混沌经过切分叉而得到的结果[7]。

为研究并证实切分叉和阵发混沌现象，结合仿真手段，构造了 Boost 变换器的 1 次及 3 次迭代映射，从而解释了这些现象产生的根源，另外，电路实验也提供了相关证明。上述结合仿真手段来构造迭代映射的方法，非常简单实用，它使得我们可以很方便地根据离散迭代映射来研究任何复杂的非线性电路与系统，因此在其他领域的非线性研究中具有一定的推广应用价值。

参考文献

[1] Brockett R W, Wood J R. Understanding power converter chaotic behavior in protective and abnormal modes[C]. in Powercon 11. Ventura, CA, USA, IEEE corporation. 1984,4.1~4.2.

[2] Tse C K. Flip bifurcation and chaos in the three-state boost switching regulars [J], IEEE Trans. Circuits and Systems-I, 1994, 41(1)：16 -23.

[3] El Aroudi A, Leyva R. Quasi-periodic route to chaos in a PWM voltage-controlled DC-DC boost converter [J]. IEEE Trans. Circuits and Systems-I, 2001, 48(8)：967-978.

[4] Tse C K, Bernardo M. di. Complex behavior in switching power converters[J], Proceedings of IEEE, 2002, 90(5):768-781.

[5] 张波, 齐群. PWM BUCK 变换器不同工作方式下的次谐波和混沌行为 [J].中国电机工程学报,2002,22(10)：18-21.
Zhang Bo, Qi Qun.Subharmonics and chaos of PWM Buck converter in different operation modes[J]. Proceedings of the CSEE,2002,22(10)：18-21.

[6] 张波, 李萍, 齐群. DC-DC 变换器分叉和混沌现象的建模和分析方法 [J].中国电机工程学报, 2002, 22(11)：81-85.
Zhang Bo, Li Ping, Qi Qun. Methods for analyzing and modeling bifurcations and chaos in DC-DC converter in different operation modes[J]. Proceedings of the CSEE , 2002, 22(11)：81-85.

[7] 张波, 曲颖. BUCK DC/DC 变换器分岔和混沌的精确离散模型及实验研究 [J].中国电机工程学报, 2003, 23(12)：99-103.
Zhang Bo, Qu Ying. Study on the experiment and the precise discrete model of bifurcation and chaos for buck DC/DC converter[J]. 2003, 23(12)：99-103.

[8] 周宇飞, 丘水生, 陈军宁. 滞环电流模式控制 Ćuk 变换器的非线性现象研究 [J].中国电机工程学报, 2004,24(3)：96-101.
Zhou Yufei, Qiu Shuisheng, Chen Junning. Nonlinear phenomena in hysteristic current-controlled Ćuk converters[J]. Proceedings of the CSEE, 2004,24(3)：96-101.

[9] 刘健, 王媛彬. PWM 开关 DC-DC 变换器的低频波动 [J].中国电机工程学报, 2004,24(4)：174-178.
Liu Jian, Wang Yuanbin. Low frequency ripple behavior of PWM switching DC-DC converters[J]. Proceedings of the CSEE, 2004,24(4)：174-178.

[10] Zhou Yufei. An improved resonant parametric perturbation for controlling and anti-controlling chaos in DC/DC converters [C]. International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications (NOLTA'02), Xian, China, October 2002：151-154.

[11] 周宇飞. 开关变换器的滑模变结构控制方法及混沌状态研究 [D]. 广州：华南理工大学, 2001.
Zhou Yufei. Study of sliding-mode control and chaotic dynamics of DC-DC converters[D]. South China University of Technology, 2001.

[12] Poddar G., Chakrabarty K, Banerjee S. Control of chaos in DC-DC converters [J]. IEEE Trans. Circuits and Systems-I, 1998, 45(6)：672 -676.

[13] Chakrabarty K, Banerjee S. Control of chaos in piecewise linear systems with switching nonlinearity [J], Physics Letter A, 1995, 200(2): 115-120.

[14] Benettin G.. Kolmogorov entropy and numerical experiments[J]. Phys. Rev. A, 1976, 14(4)：2338-2345.

[15] 郝柏林. 从抛物线谈起——混沌动力学引论[M]. 上海：上海科技教育出版社, 1993.

收稿日期：2004-05-17。

作者简介：

周宇飞(1973-)，男，安徽人，博士，副教授，研究方向为非线性电路与功率电子学、控制理论；

陈军宁(1953-)，男，南京人，博士后，教授，博士生导师，主要研究方向为 VLSI 系统与设计、深亚微米 MOS 器件物理、高压功率器件和电路等。